

Nom :

Prénom :

**Test de cours sur la comparaison des suites**

NOTE :

1. Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites réelles. Quand dit-on que :

(a)  $u_n \sim v_n$  ? .....

(b)  $u_n = o(v_n)$  ? .....

(c)  $u_n = O(v_n)$  ? .....

2. Montrez que  $n + \ln(n) \sim n$  .....

3. Donnez un équivalent simple des suites de termes généraux suivants. Justifiez.

(a)  $e^{1/n} - 1$  : .....

(b)  $\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1$  : .....

(c)  $1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)$  : .....

(d)  $\sin\left(\frac{1}{n}\right)$  : .....

(e)  $\arctan\left(\frac{1}{n}\right)$  : .....

(f)  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{n^3 + n^2 + n + 1}$  : .....

(g)  $\sqrt{n^2 + n + 1}$  : .....

4. Complétez :

(a) Si  $u_n = O(v_n)$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \dots$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  ;

(b) Si  $u_n = o(v_n)$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \dots$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  ;

(c)  $u_n \sim v_n \Leftrightarrow u_n = \dots + o(\dots)$ .

5. Complétez :

(a) transitivité :  $o(u_n) = \dots$  (b) multiplication par  $\lambda \in \mathbb{R}$  :  $\lambda o(u_n) = \dots$

(c) puissance  $\alpha \in \mathbb{R}$  :  $o(u_n)^\alpha = \dots$  (d) somme :  $o(u_n) = \dots$

6. Pour les deux suites ci-dessous, précisez à chaque fois laquelle est négligeable devant l'autre :

(a)  $u_n = a^n$ ,  $a > 1$  et  $v_n = n!$  .....

(b)  $u_n = n!$  et  $v_n = n^n$  .....

(c)  $u_n = n^\alpha$ ,  $\alpha > 1$  et  $v_n = \ln(n)$  .....

(d)  $u_n = \ln(n)^\beta$ ,  $\beta > 0$  et  $v_n = n!$  .....