Nom : **Prénom :**

Test de cours sur les suites de nombres

NOTE :

1. Quand dit-on qu'une suite (u_n) est croissante ?
2. Quand dit-on qu'une suite (u_n) est minorée par m ?
3. Quand dit-on qu'une suite réelle (u_n) admet $\ell \in \mathbb{R}$ pour limite lorsque n tend vers $+\infty$?
4. Quand dit-on que deux suites (u_n) et (v_n) sont de même nature ?
5. Complétez les assertions ci-dessous lorsque cela est necessaire.
   (a) « Toute suite convergente et .... est bornée »
   (b) « Toute suite bornée et .... converge »
   (c) « Toute suite croissante et .... admet une limite $l \in \overline{\mathbb{R}}$ »
   (d) « Toute suite minorée et .... converge »
6. Énoncez et démontrez le premier théorème d'encadrement
7. Les deux suites (u_n) et (v_n) définies par $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$ et $v_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ sont-elles adjacentes ? Justifiez
8. Étudier la monotonie de la suite définie par $U_n = \displaystyle\prod_{k=1}^{n} \left(1 + \frac{1}{k^2}\right)$
9. Étudier la nature de la suite définie par $u_n = (-1)^n + \dfrac{1}{n+1}$. Préciser sa limite, en cas d'existence.
10. On considère une suite récurrente de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$, avec f continue sur un intervalle I.

(a) Pourquoi est-on amené à étudier les points fixes de f ?

(b) Si $\forall x \in I$, $f(x) \in I$ et $u_0 \in I$, que peut-on dire de la suite (u_n) ? Esquissez-en alors une preuve

11. On considère la suite définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n(1 - u_n)$.

(a) Calculez u_1 et u_2

(b) Montrez que (u_n) est décroissante.

(c) Montrez que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 < u_n < 1$

(d) Conclure