Lycée Déodat de Séverac PTSI

Nom : **Prénom :**

Test de cours sur la dérivabilité et régularités d'ordres supérieurs

NOTE :

1. Quand dit-on que f est :
   (a) dérivable en x_0 ? dérivable à droite en x_0 ? dérivable à gauche en x_0 ? .....
   (b) Précisez le lien entre dérivabilité en x_0, dérivabilité à gauche en x_0, dérivabilité à droite en x_0 .....
2. Énoncez le théorème de Rolle .....
3. Énoncez l'égalité, puis l'inégalité des accroissements finis .....
4. Quand dit-on que f est de classe C^1 sur un ensemble D ? .....
5. Précisez les inclusions entre les trois ensembles suivants. Justifiez : $\mathcal{D}(D)$, $C^1(D)$ et $C^2(D)$ .....
6. On considère la fonction définie par $f(x) = \sqrt{1-x}\ln(x)$.
   (a) Expliquez pourquoi f est de classe C^1 sur son ensemble de définition D que l'on précisera .....
   (b) Montrez que f admet admet un prolongement par continuité en 1 que l'on précisera .....
   (c) Montrez, en vous aidant de $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln(x)}{x-1} = 1$, que le prolongement obtenu est en fait de classe C^1 .....
7. Quand dit-on que f est de classe C^n sur un ensemble D ? .....
8. Énoncez et démontrez par récurrence l'expression de la dérivée n-ème de la fonction d'expression : $f(x) = \dfrac{1}{x}$. .....
9. Énoncez la formule de Leibniz permettant de calculer la dérivée n-ème d'un produit de fonctions puis calculez la dérivée n-ème de $f(x) = x^2e^x$ à l'aide de cette dernière .....