Nom : **Prénom :**

Test de cours sur les matrices de vecteurs et d'applications linéaires

NOTE :

1. On note $E = \mathbb{R}^3$, $\mathcal{B}$ la base canonique de E, $\mathcal{F} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$. Donnez $\mathcal{M}at_{\mathcal{B}}(\mathcal{F})$. ....

2. Soit $f : E \to F$, avec E de dimension p et F de dimension n. Qu'appelle-t-on $\mathcal{M}at_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}(f)$, où $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_p)$ est une base de E et $\mathcal{B}' = (f_1, \dots, f_n)$ est une base de F ? ....

3. Qu'appelle-t-on application linéaire canoniquement associée à la matrice $A \in \mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$? ....

4. Soient f et g deux endomorphismes de E. Complétez :

   (a) $\mathcal{M}at_{\mathcal{B}}(f - g) = \mathcal{M}at_{\mathcal{B}}(f) \dots\dots\dots\dots$; (b) $\dots\dots\dots\dots = \mathcal{M}at_{\mathcal{B}}(g)\mathcal{M}at_{\mathcal{B}}(f)$.

5. On note $\mathcal{B}$ la base canonique et la base $\mathcal{B}' = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$. Déterminez $P_{\mathcal{B}',\mathcal{B}}$ et $P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}$.

6. On donne $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$ deux bases de E et $x \in E$ de vecteur colonne X dans $\mathcal{B}$ et X' dans $\mathcal{B}'$. Donnez une relation entre X et X'. ....

7. Énoncez les formules de changement de base pour une application linéaire $f : E \to F$. On notera $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$ deux bases de E et $\mathcal{U}$ et $\mathcal{U}'$ deux bases de F. Précisez le cas des endomorphismes. ....

8. On pose : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}$. Calculer $\mathrm{rg}(A)$. A est-elle inversible ? ....