Nom : **Prénom :**

Test de cours sur la dimension d'un espace vectoriel

NOTE :

On note E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

1. Quand dit-on que $\mathcal{B} = (u_1, \ldots, u_p)$, $(p \in \mathbb{N}^*)$, est une base de E ? ....
2. Quand dit-on que E est de dimension finie ? ....
3. Qu'appelle-t-on dimension d'un espace vectoriel E de dimension finie ? ....
4. Donnez la base canonique de $\mathcal{M}_{23}(\mathbb{K})$ et précisez sa dimension..................
5. On considère les sous-espaces vectoriels $F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 0 \right\}$ et $G = \mathrm{Vect}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right)$. Déterminez $\dim(F)$, $\dim(G)$, $\dim(F \cap G)$ et $\dim(F + G)$. Justifiez. ....
6. Soit $\mathcal{F} = (u_1, ..., u_p)$ une famille de vecteurs de E de dimension finie n.
   (a) Si $\mathcal{F}$ est libre, alors $\mathrm{rg}(\mathcal{F})$ ....
   (b) Si $\mathcal{F}$ est génératrice, alors $\mathrm{rg}(\mathcal{F})$ ....
7. Énoncez le théorème de la base incomplète ....
8. Énoncez la formule de Grassmann ....
9. Énoncez la caractérisation de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires F et G de E de dimension finie ....