PROGRAMME DE COLLES 17

L'examinateur pourra choisir une question de cours et/ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

Questions de cours

1. Énoncé de :
   - la relation de divisibilité ;
   - la propriété de division euclidienne.

   Montrer que le reste de la division euclidienne de P par $X - \alpha$ est $P(\alpha)$.
2. Montrer que si $\alpha \in \mathbb{C}$ est racine d'un polynôme à coefficient réel alors $\overline{\alpha}$ également.
3. Énoncé des relations coefficients/racines et démonstration des relations pour $n = 3$.
4. Montrer que si F et G sont des sous-espaces vectoriels de E alors $F + G$ est un sous-espace vectoriel de E.
5. Montrer que F et G sont en somme directe si et seulement si $F \cap G = \{\overrightarrow{0_E}\}$.
6. Définitions de famille libre et famille liée. Montrer que si $(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \ldots, \overrightarrow{u_p})$ est libre et $\overrightarrow{u} \notin \mathrm{vect}(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \ldots, \overrightarrow{u_p})$, alors $(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \ldots, \overrightarrow{u_p}, \overrightarrow{u})$ est libre.

Note aux colleurs

Attention l'algèbre linéaire chez les polynômes n'est pas au programme de colle de cette semaine !

Thèmes de la colle

POLYNÔMES :
- Généralités : définition, opérations, degré d'un polynôme, division euclidienne, diviseurs et multiples.
- Polynômes dérivés et racines d'un polynôme : racine d'un polynôme, dérivées successives, multiplicité d'une racine.
- Factorisations d'un polynôme : décomposition en polynômes irréductibles, polynômes scindés, factorisations dans $\mathbb{C}[X]$, dans $\mathbb{R}[X]$, relations coefficients/racines (somme et produit uniquement).
- Application de la division euclidienne au calcul de puissance de matrices.

ESPACES VECTORIELS :
- Espaces vectoriels : définitions, espaces vectoriels classiques.
- Sous-espaces vectoriels : définition et caractérisations pratiques.
- Intersection, somme et somme directe de sous-espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels supplémentaires : définition et caractérisation.
- Familles de vecteurs : Combinaisons linéaires, famille libres, familles liées, sous-espace vectoriel engendré par des vecteurs, bases.

Prévisions pour la semaine suivante

Dimension d'un espace vectoriel.

⋆ ⋆ ⋆
⋆ ⋆
⋆