

PROGRAMME DE COLLES 18

L'examinateur pourra choisir une question de cours et/ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

Questions de cours

1. Définition et propriétés du déterminant de trois vecteurs. Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non colinéaires. Montrer que si $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 0$, alors \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires;
2. Définition et propriétés du produit vectoriel de deux vecteurs dans l'espace. Énoncer et démontrer l'expression du produit vectoriel en base orthonormale directe;
3. Énoncé de :
 - la relation de divisibilité;
 - la propriété de division euclidienne.
 Montrer que le reste de la division euclidienne de P par $X - \alpha$ est $P(\alpha)$.
4. Montrer que si $\alpha \in \mathbb{C}$ est racine d'un polynôme à coefficient réel alors $\bar{\alpha}$ également.
5. Énoncé des relations coefficients/racines et démonstration des relations pour $n = 3$.

Thèmes de la colle

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE :

- Vecteurs de l'espace : vecteurs coplanaires, base de l'espace, équivalence entre vecteurs non coplanaires et bases de l'espace;
- Produit scalaire de deux vecteurs : définition, propriétés, expression en base orthonormale;
- Produit vectoriel de deux vecteurs : définition, produit vectoriel et vecteurs colinéaires, propriétés, expression en BON directe, application au calcul d'aires;
- Déterminant de trois vecteurs : définition, déterminant et bases de l'espace, déterminant et bases directes, propriétés, expression en BON directe, application au calcul de volumes;
- Plans de l'espace : équation cartésienne, représentation paramétrique, distance d'un point à un plan, intersection de deux plans;
- Sphères de l'espace : équation cartésienne, intersection d'une sphère et d'un plan;
- Droites de l'espace : représentation cartésienne, représentation paramétrique, distance d'un point à une droite, intersection d'une sphère et d'une droite.

POLYNÔMES :

- Généralités : définition, opérations, degré d'un polynôme, division euclidienne, diviseurs et multiples.
- Polynômes dérivés et racines d'un polynôme : racine d'un polynôme, dérivées successives, multiplicité d'une racine.
- Factorisations d'un polynôme : décomposition en polynômes irréductibles, polynômes scindés, factorisations dans $\mathbb{C}[X]$, dans $\mathbb{R}[X]$, relations coefficients/racines (somme et produit uniquement).
- Application de la division euclidienne au calcul de puissance de matrices.

Prévisions pour la semaine suivante

Espaces vectoriels.

* * *
* *
* *