

PROGRAMME DE COLLES 5

L'examinateur pourra choisir une question de cours ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

Questions de cours

1. Définitions de : fonction dérivable en un point, paire, impaire, périodique, croissante, décroissante, strictement décroissante, monotone. Définitions d'images directes et images réciproques.
2. Énoncer les croissances comparées et démontrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^\beta} = 0$ ($\beta > 0$).
3. Énoncer et démontrer les inégalités associées à \ln , \exp et \sin .
4. Démontrer que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.
5. Énoncer et démontrer les expressions complexes des translations, rotations de centre l'origine et homothéties de centre l'origine.
6. Énoncer et démontrer les relations coefficients/racines.
7. Montrer que trois points A , B et C distincts sont alignés si et seulement si $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$.

Thèmes de la colle

ÉTUDES DE FONCTIONS DE LA VARIABLE RÉELLE :

- Études de fonctions : trigonométriques ou définies à partir d'opérations usuelles de fonctions de référence : \ln , \exp , $x \mapsto x^\alpha$, ch , sh .
- Calculs de limites : Rappels des opérations usuelles sur les limites, croissances comparées, calculs de limites de fractions rationnelles, utilisation du taux d'accroissement et des limites associées à connaître : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$, utilisation de l'expression conjuguée en présence de radicaux.

NOMBRES COMPLEXES PARTIE 2 :

- Nombres complexes et géométrie : affixe d'un point, d'un vecteur, interprétation géométrique du module, du conjugué, de la somme, de l'inégalité triangulaire, condition d'alignement de trois points distincts et condition d'orthogonalité de deux droites (AB) et (CD) .
- Résolution d'équations complexes : racines carrées d'un nombre complexe, résolution du trinôme à coefficients complexes, relations coefficients racines.
- Racines nièmes de l'unité, d'un nombre complexe quelconque, somme des racines nièmes de l'unité

Note aux colleurs

- La fonction th n'est pas au programme de PTSI.
- L'obtention de l'équation réduite d'une asymptote oblique en calculant : $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax)$ n'est pas exigible des étudiants.

Prévisions pour la semaine suivante

Nombres complexes partie 2 et équations différentielles linéaires à coefficients constants.