

PROGRAMME DE COLLES 20

L'examinateur pourra choisir une question de cours et/ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

Questions de cours

1. Montrer que si F et G sont des sous-espaces vectoriels de E alors $F + G$ est un sous-espace vectoriel de E .
2. Montrer que F et G sont en somme directe si et seulement si $F \cap G = \{\vec{0}_E\}$.
3. Définitions de famille libre et famille liée. Montrer que si $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_p)$ est libre et $\vec{u} \notin \text{vect}(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_p)$, alors $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_p, \vec{u})$ est libre.
4. Rang d'une famille de vecteurs : définition, énoncé et démonstration des inégalités vérifiées par le rang d'une famille de vecteurs.
5. Énoncé et démonstration de la caractérisation des sous-espaces supplémentaires en dimension finie.
6. Montrer que toute famille de polynômes de degrés échelonnés est libre.

Note aux colleurs

L'algèbre linéaire chez les polynômes est au programme mais à noter avec indulgence car les étudiants auront fait peu d'exercices sur ce thème.

Thèmes de la colle

ESPACES VECTORIELS :

- Espaces vectoriels : définitions, espaces vectoriels classiques.
- Sous-espaces vectoriels : définition et caractérisations pratiques.
- Familles de vecteurs : Combinaisons linéaires, famille libres, familles liées, sous-espace vectoriel engendré par des vecteurs, bases.
- Intersection, somme et somme directe de sous-espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels supplémentaires : définition et caractérisation.

DIMENSION D'UN ESPACE VECTORIEL :

- Espaces vectoriels de dimension finie : bases d'un espace vectoriel, définition d'un espace vectoriel de dimension finie, dimension d'un espace vectoriel de dimension finie, espaces vectoriels de dimension finie classiques, familles libres et génératrices en dimension finie, théorèmes de la base incomplète et de la base extraite.
- Sous-espaces vectoriels en dimension finie : dimension d'un sous-espace vectoriel, rang d'une famille de vecteurs, relation de Grassmann, caractérisation des sous-espaces supplémentaires en dimension finie.
- Espaces vectoriels de polynômes.

Prévisions pour la semaine suivante

Développements limités.

