

**PROGRAMME DE COLLES 10**

L'examinateur pourra choisir une question de cours et/ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

**Questions de cours**

1. Montrer que si  $r$  est le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b \neq 0$ , alors :  $\text{pgcd}(a, b) = \text{pgcd}(b, r)$ .
2. Énoncés et démonstrations des propriétés de la fonction partie entière.
3. Définition de nombres rationnels et de nombres irrationnels. Montrer que  $\sqrt{2}$  est irrationnel.
4. Donner l'expression simple d'une suite arithmético-géométrique choisie par l'examinateur.
5. Énoncé et démonstration du (premier) théorème d'encadrement.
6. Montrer qu'une suite croissante et non majorée tend vers  $+\infty$ .
7. Montrer que si  $(u_n)$  converge vers  $\ell$  et  $(v_n)$  converge vers  $\ell'$  alors  $(u_n + v_n)$  converge vers  $\ell + \ell'$ .
8. Limites de suites complexes : définition et caractérisation par parties réelles et imaginaires.

**Thèmes de la colle****NOMBRES RÉELS ET PRINCIPE DE RÉCURRENCE :**

- Sous-ensembles de nombres réels : partie majorée, minorée, bornée, maximum et minimum d'un ensemble, bornes supérieures et bornes inférieures d'un ensemble, propriété de la borne supérieure.
- Entiers naturels et raisonnement par récurrence : propriété des entiers naturels, récurrence faible à pas fixé et récurrence forte.
- Arithmétique dans  $\mathbb{N}$  : divisibilité, diviseurs et multiples, propriétés de la relation de divisibilité, division euclidienne, nombres premiers, décomposition en facteurs premiers, pgcd et ppcm de deux nombres, calcul du pgcd à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- Nombres rationnels, décimaux et réels : nombres rationnels : définition, existence, propriétés algébriques, nombres décimaux : définition et propriétés algébriques.
- Partie entière d'un nombre réel : définition, courbe représentative, principales propriétés, approximations d'un nombre réel à la précision  $10^{-n}$ , expression d'approximations décimales par défaut et par excès d'un nombre à la précision  $10^{-n}$  à l'aide de la fonction partie entière.

**SUITES DE NOMBRES :**

- Généralités : Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre 2, monotones, majorées, minorées, bornées.
- Manipulations élémentaires de la définition de la limite d'une suite.
- Limites de suites complexes, caractérisation par parties réelles et imaginaires.

**Prévisions pour la rentrée**

Suites de nombres réels, calcul matriciel.