

PROGRAMME DE COLLES 7

L'examineur pourra choisir une question de cours et/ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

Questions de cours

1. Énoncé et démonstration de l'ensemble des solutions de l'équation homogène d'ordre 1.
2. Énoncé et démonstration de la propriété de linéarité d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants homogène.
3. Équation complète et équation homogène associée : énoncé et démonstration de la proposition 3.
4. Expressions simples de : $\sum_{k=0}^n k$ et $\sum_{k=0}^n q^k$ avec explications.
5. Calcul de $\sum_{(i,j) \in T} 2^{i+j}$, avec $T = \{(i,j) \in \llbracket 0; n \rrbracket^2 / 0 \leq j \leq i \leq n\}$.
6. Énoncé et démonstration de la formule du triangle de Pascal.

Thèmes de la colle

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES À COEFFICIENTS CONSTANTS :

- Généralités : dérivation de fonctions à valeurs complexes, vocabulaire des équations différentielles, linéarité de l'ensemble des solutions de l'équation homogène.
- Étude de l'équation homogène : équation caractéristique et linéarité de l'ensemble des solutions, expression de l'ensemble des solutions de l'équation homogène d'ordre 1 et 2 à coefficients réels.
- Recherche de solutions particulières : cas d'un second membre constant, de la forme ae^{mx} , et de la forme $a \cos(wx)$ (où $a \sin(wx)$), avec $a \in \mathbb{C}$, $m \in \mathbb{C}$ et $w \in \mathbb{R}$, principe de superposition.
- Équation complète : synthèse : $S = S_H + y_P$.
- Résolution de problèmes de Cauchy pour des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2.

SOMMES ET PRODUITS DE NOMBRES :

- Sommes et produits usuels : Expressions de $\sum_{k=0}^n q^k$, $\sum_{k=0}^n k$, utilisation de l'exponentielle et du logarithme pour passer d'une somme à un produit et réciproquement, identité remarquable $a^n - b^n$;
- Binôme de Newton : Factorielle d'un nombre, coefficients binômiaux, triangle de Pascal, formule du binôme de Newton et application au calcul de sommes.
- Propriétés de la somme et du produit : Additivité, multiplicativité, multiplication par $\lambda \in \mathbb{K}$, relation de Chasles, télescopage, glissement d'indice ;
- Sommes doubles rectangulaires et triangulaires.

Prévisions pour la semaine suivante

Sommes et produits de nombres, primitives et équations différentielles linéaires d'ordre 1.