PROGRAMME DE COLLES 25

L'examinateur pourra choisir une question de cours et/ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

Questions de cours

1. Énoncé et démonstration des inégalités vérifiées par le rang d'une application linéaire.
2. Projections et symétries : définitions et caractérisations.
3. Montrer que si $p \in \mathcal{L}(E)$ et $p \circ p = p$ alors $\mathrm{Ker}(p) \oplus \mathrm{Im}(p) = E$ (E est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel quelconque).
4. Montrer que
   — si f est paire et continue sur $[-a;\ a]$ ($a > 0$) alors $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$
   — si f est continue et T périodique : $\displaystyle\int_{a}^{a+T} f(x)\,dx = \int_{0}^{T} f(x)\,dx$.
5. Énoncer et démontrer l'inégalité de Taylor Lagrange.
6. Énoncer le résultat sur les sommes de Riemann (interprétation géométrique des sommes de Riemann exigible) ainsi que la formule de Taylor avec reste intégral.

Thèmes de la colle

APPLICATIONS LINÉAIRES :

— Applications linéaires : définition, structure d'espace vectoriel, construction d'applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes, structure algébrique de l'ensemble des automorphismes.
— Image d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire, noyau, image d'une application linéaire, équations linéaires.
— Injectivité et surjectivité : caractérisations en dimension quelconque et en dimension finie, isomorphismes en dimension finie, espaces vectoriels isomorphes.
— Rang d'une application linéaire, théorème du rang, rang de la composée de deux applications linéaires, invariance du rang par composition par un isomorphisme.
— Projecteurs et symétries.

INTÉGRALES DE FONCTIONS :

— Révisions de calcul intégral de début d'année : intégration par parties, primitives usuelles, changement de variable.
— Encadrement d'intégrales (par exemple pour l'étude de suites).
— Utilisation de la formule de Taylor avec reste intégral.
— Utilisation des sommes de Riemann pour obtenir des limites de sommes.
— Étude d'une fonction définie par une intégrale.

Prévisions pour la semaine suivante

Intégration, séries numériques.

⋆ ⋆ ⋆
⋆ ⋆
⋆