

**PROGRAMME DE COLLES 24**

L'examinateur pourra choisir une question de cours et/ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

**Questions de cours**

1. Montrer que si  $H$  est un sous-espace vectoriel de  $E$  et  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $f(H)$  est un sous-espace vectoriel de  $F$ .
2. Énoncé et démonstration de la caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité en dimension quelconque.
3. Énoncé et démonstration de la caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité en dimension finie.
4. Énoncé et démonstration des inégalités vérifiées par le rang d'une application linéaire.
5. Projections et symétries : définitions et caractérisations.
6. Montrer que si  $p \in \mathcal{L}(E)$  et  $p \circ p = p$  alors  $\text{Ker}(p) \oplus \text{Im}(p) = E$  ( $E$  est un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel quelconque).

**Thèmes de la colle****APPLICATIONS LINÉAIRES :**

- Applications linéaires : définition, structure d'espace vectoriel, construction d'applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes, structure algébrique de l'ensemble des automorphismes.
- Image d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire, noyau, image d'une application linéaire, équations linéaires.
- Injectivité et surjectivité : caractérisations en dimension quelconque et en dimension finie, isomorphismes en dimension finie, espaces vectoriels isomorphes.
- Rang d'une application linéaire, théorème du rang, rang de la composée de deux applications linéaires, invariance du rang par composition par un isomorphisme.
- Projecteurs et symétries.

**Prévisions pour la semaine suivante**

Applications linéaires, intégration.

