PROGRAMME DE COLLES 2

L'examinateur pourra choisir une question de cours ou un (ou une partie de) exercice parmi les exercices des fiches méthodes (cf. ci-après)

Questions de cours

1. Définition des fonctions puissances d'exposant α. Énoncé des propriétés algébriques, énoncé et démonstration de l'expression de la dérivée, variations et allure des courbes représentatives.
2. Fonctions ch et sh. Définitions, énoncé et démonstration des propriétés algébriques, énoncé et démonstration de l'expression des dérivées, allure des courbes représentatives.
3. Montrer que les fonctions $\cos$ et $\sin$ sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et donner l'expression de leurs dérivées en admettant les limites usuelles nécessaires.
4. Fonction $\tan$: domaine de définition, dérivées, limites, tableau de variations, courbe représentative. *L'examinateur pourra, s'il le désire, demander la justification du calcul de la dérivée.*
5. Montrer les propriétés suivantes de la fonction $\tan$:
$$\tan(-x) = -\tan(x), \quad \tan(\pi + x) = \tan(x), \quad \tan(\pi - x) = -\tan(x), \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan(x)}.$$
6. Énoncer et démontrer la formule de $\tan(a+b)$.

Thèmes de la colle

FONCTIONS USUELLES :

Manipulations d'expressions ou résolutions d'équations ou inéquations associées aux fonctions usuelles vues en cours : valeur absolue, logarithme, exponentielle, puissances, sh et sh.

TRIGONOMÉTRIE :

— Manipulations d'expressions trigonométriques.
— Équations et inéquations trigonométriques.

Prévisions pour la semaine suivante

Trigonométrie,nombres complexes.

Chapitre 2

Fonctions usuelles

Le point sur les méthodes :

À l'issue de ce chapitre vous devez savoir manipuler les expressions mathématiques en présence :

-M1- De la fonction valeur absolue ;

-M2- Des fonctions exponentielles et logarithmes ;

-M3- Des puissances quelconques de réels ;

-M4- Des fonctions hyperboliques.

Exercice 1 : [-M 1 -] Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

(a) $|x+1| = 3$; (b) $|x-1| \leq 3$; (c) $|x+1| > 2$.

Exercice 2 : [-M2-] Résoudre l'équation $\ln(x+2) = 2\ln(x)$.

Exercice 3 : [-M2-] Résoudre l'équation : $e^{2x+1} = 2e^x$.

Exercice 4 : [-M3-] Résoudre l'équation : $2^x + 2^{x+2} = 1$

Exercice 5 : [-M4-] Résoudre l'équation : $\mathrm{sh}(x) = 2$.

⋆ ⋆ ⋆
⋆ ⋆
⋆

Chapitre 3

Trigonométrie

Le point sur les méthodes :

À l'issue de ce chapitre vous devez :
-M1- savoir faire du calcul algébrique avec les fonctions trigonométriques usuelles.

Exercice 1 : [-M1-] Calculer $\sin\left(\frac{91\pi}{6}\right)$.

Exercice 2 : [-M1-] Calculer $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$ en utilisant uniquement que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Exercice 3 : [-M1-] Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$ et en déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 4 : [-M1-] Simplifier les expressions suivantes :

(a) $A = \sin(\pi + x) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$;
(b) $B = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$;
(c) $C = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

Exercice 5 : [-M1-] Montrer que $\forall a \in \mathbb{R},\ \cos(3a) = 4\cos^3(a) - 3\cos(a)$.

Exercice 6 : [-M1-] Montrer que $\forall (p,q) \in \mathbb{R}^2,\ \cos(p) + \cos(q) = 2\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$.

Exercice 7 : [-M1-] Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que x n'est pas congru 0 module π. On pose $t = \tan\left(\dfrac{x}{2}\right)$. Exprimer simplement $\cos(x)$, $\sin(x)$ et $\tan(x)$ uniquement en fonction de t.

Exercice 8 : [-M1-] Résoudre les équations suivantes :

(a) $\cos(x) = \frac{1}{2}$; (b) $\tan(2x - \pi) = \sqrt{3}$.

Exercice 9 : [-M1-]
À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre l'inéquation : $\cos(x) \leq \frac{1}{2}$ puis $\tan(x) > 1$.

⋆ ⋆ ⋆
⋆ ⋆
⋆